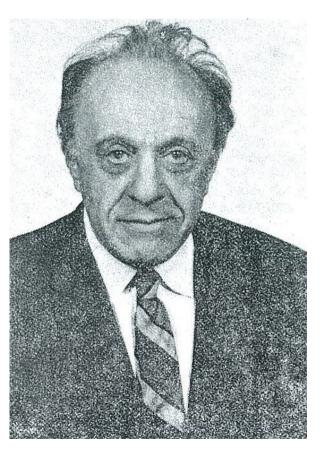
Les débuts des ensembles flous en France il y a quarante ans

Didier Dubois Henri Prade

IRIT, Université Paul Sabatier, Toulouse

Bien avant Zadeh - 1



- Karl Menger (1902-1985)
- fils de l'économiste Carl Menger
- Membre du Cercle de Vienne
- _Emigre aux Etats-Unis en 1937
- Prof. *Illinois Institute of Technology*
- Statistical metrics PNAS 1942 28

 (12) 535-537
- Also "Logic of the doubtful" 1939!

Géométrie stochastique

PROC. N. A. S. 178 PROBABILISTIC THEORIES OF RELATIONS By KARL MENGER ILLINOIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY Communicated by Marston Morse, January 29, 1951 Poincaré repeatedly emphasized that only in the mathematical continuum the equalities A = B and B = C imply the equality A = C. In the observable physical continuum, "equal" means "indistinguishable," and A = B and B = C by no means imply A = C. "The raw result of experience may be expressed by the relation A = B, B = C, A < Cwhich may be regarded as the formula for the physical continuum." cording to Poincaré physical equality is a non-transitive relation.

Vers l'introduction des **normes et co-normes triangulaires** (B. Schweizer, A. Sklar)

Le 28 mai 1951 ...

Note (*) de M. KARL MENGER, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Nous étudions des relations probabilistes, surtout la probabilité que deux éléments d'un univers soient équivalents. Les relations probabilistes monaires sont des ensembles flous. Au lieu de fonctions classiques nous étudions l'association de nombres aléatoires aux éléments du domaine.

Dans la théorie classique on entend par relation n-aire définie dans un univers U, un ensemble de systèmes ordonnés de n éléments de U. Dans une théorie probabiliste de relations que nous avons esquissée récemment ('), nous associions à tout système ordonné de n éléments de U un nombre reel compris entre o et 1, que nous interprétions comme la probabilité que cette relation subsiste entre les n éléments.

Par exemple, au lieu d'une relation binaire d'équivalence qui est réflexive,

Ensemble flou ... probabilité d'appartenance

2002

ACADÉMIE DES SCIENCES.

Un morceau devient un espace distancié au sens de M. Fréchet si nous posons $-\log E(x, y) = d(x, y)$. D'autre part, si dans un espace distancié donné nous posons $E(x, y) = e^{-d(x, y)}$, nous obtenons une probabilité d'équivalence d'après laquelle l'espace ne contient qu'un seul morceau.

Une relation monaire au sens classique est un sous-ensemble F de l'univers. Au sens probabiliste, c'est une fonction Π_F définie pour tout $x \in U$. Nous appellerons cette fonction même un ensemble flou et nous interpréterons $\Pi_F(x)$ comme la probabilité que x appartienne à cet ensemble. Si Π_F ne prend que les valeurs 1 et 0, il s'agit essentiellement d'un sous-ensemble de U au sens classique et nous parlerons d'un ensemble rigide. Par exemple, l'univers Π_F (le vide Π_F) dont toutes les valeurs sont Π_F 0, sont des ensembles rigides. La somme et le produit de deux ensembles non rigides ne sont pas déterminés par les ensembles. L'égalité de Π_F 0 et Π_F 0 et $\Pi_{F,F}$ 0.

Des relations, le point de vue probabiliste peut être étendu aux fonctions

« Positivistic geometry » 1966 probability vs. degree of belonging hazy vs. fuzzy set

in a probabilistic way.

Perhaps the most difficult problem in microgeometry is, as I have already emphasized, the identification of individual elements of the space. In 1951, I suggested that, besides studying well-defined sets, it might be necessary to develop a theory in which the element-set-relation is replaced by the probability of an element belonging to a set. In a Paris note [1951, 2], I called such an object, in contrast to an ordinary or rigid set, ensemble flou (= hazy set). In a slightly different terminology, this idea was recently expressed by Bellman, Kalaba and Zadeh8 under the name of fuzzy set. (These authors speak of the degree rather than the probability of an element belonging to a set.) Since, however, the concept of probabilistic sets still requires the identification of elements, I now believe that in geometry it ultimately will have to be combined with that of lumps, which can be more easily identified and distinguished than points. Moreover, lumps admit an intermediate stage between indistinguishability and apartness, namely that of overlapping. It is, of course, irrelevant whether the primitive (i.e. undefined) concepts of a theory are referred to as points and

Et ce même 28 mai 1951 ...

TOPOLOGIE. — Ensembles boréliens et analytiques dans les espaces topologiques. Note (*) de M. Gustave Choquet, transmise par M. Arnaud Denjoy.

En vue d'une théorie des fonctions non additives d'ensembles, on définit et l'on étudie la classe des sous-ensembles des espaces séparés engendrée à partir des compacts par réunions ou intersections dénombrables et par applications continues.

Il y a des difficultés à étendre à tout espace topologique E les résultats classiques concernant la représentation paramétrique des ensembles boréliens. Par exemple, dans ce cadre général, tout sous-ensemble de E est l'image continue et biunivoque d'un ouvert d'un espace compact convenable. Pour obtenir des théorèmes intéressants on est donc conduit à introduire des notions nouvelles.

Définition 1. — On appelle corps boréliens sur un ensemble E, un ensemble B

^(*) Séance du 28 mai 1951.

Indépendamment de Zadeh ...

Y. Gentilhomme. Cahiers de Linguistique Théorique et Appliquée (Bucarest), 5, 47-63, 1968 Yves Gentilhomme, né en 1920

LES ENSEMBLES FLOUS EN LINGUISTIQUE

FAR

YVES GENTILHOMME (Besançon)

Quicon que, au consa d'une étade concrète, ublixiks concepts mathément iques d'élément et d'ensemble s'engage tacitement à doter, avec une approximation « raisonnable », les unités qu'il considère des propriétés suivantes :

1. Hypothèse sur le référentiel:

Il est possible de décider si une unité donnée fait ou ne fait pas partie de ce que l'on se propose de soumettre à examen.

2. Hypothèse sur l'unicité:

Il est possible de décider si l'on a affaire à une ou plusieurs unités. En aucun cas on n'admettra qu'une unité puisse être à la fois une ou plusieurs, pour un type d'unités considérées.

3. Hypothèse sur la différentiation:

Il est possible de distinguer une unité d'une autre unité du point de vue où l'on se place.

Soit la poésie : COMPLAINTE AMOUREUSE (Alphonse Allais)

Oui, dès l'instant que je vous vis, Beauté farouche, vous me plûtes. De l'ardeur qu'en vos yeux je pris, Aussitôt vous vous aperçûtes.

Ah! Fallait-il que je vous visse!
Fallait-il que vous me plussiez!
Qu'ingénument je vous le disse!
Qu'avec orgueil vous vous tussiez!

Fallait-il que je vous aimasse?
Que vous me désespérassiez?
Et qu'en vain je m'opiniatrasse
Et que je vous idolâtrasse
Pour que vous m'assassinassiez?

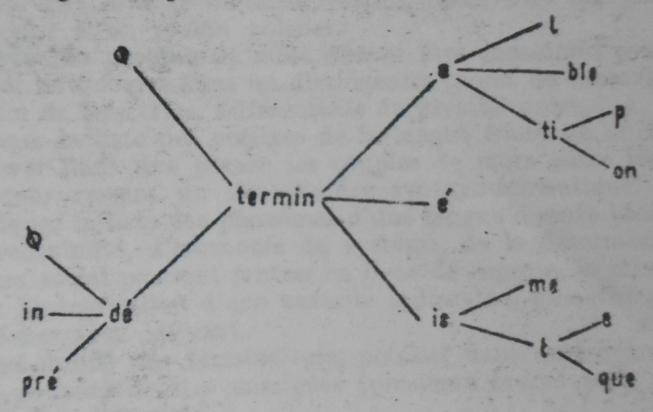
Posons à un locuteur de langue française la question que voici :

Pouvez-vous relever dans cette poésie les cas d'hypergrammati-

Il faut s'attendre à des réponses diverses :

1. Cette question n'a pas de sens.

En parcourant de gauche à droite le graphe étiqueté ci-dessous, on engendre un ensemble de mots. Dégager le sous-ensemble des mots attestés en langue française:

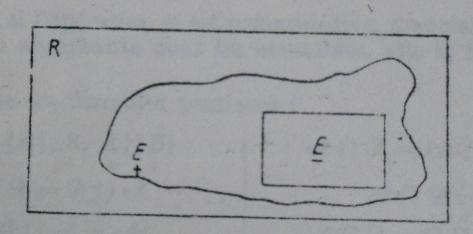


(a désignant une séquence zéro, Ø un ensemble vide et 0 le nombre zéro) 8' est aisé de dire qu'un mot est attesté parce qu'on l'a vu dans un dictionnaire ou parce qu'on l'a rencontré dans un texte, il est pratique ment impossible d'affirmer que tel mot n'a jamais été employé par aucun

Etant donné un référentiel R, appelons ensemble flou \mathcal{E} un couple \mathcal{E} sous-ensembles (E, E) tel que tous les éléments du premier soient éments du second, $E \subset E$

f were dit zone d'extension maximum,

É cons sure, E \ E cons floue.



Un élément e de R peut avoir plusieurs types d'a appartenance : 8-à-vis de &

$$1/e \in \mathcal{E} \Leftrightarrow e \in E$$

$$2/e \in \mathcal{E} \Leftrightarrow e \in E$$

$$3/e \in \mathcal{E} \Leftrightarrow e \in E \setminus E$$

4/
$$e \in \mathcal{E} \iff e \in CE$$

5/ $e \notin \mathcal{E} \iff e \in CE$

8/ $e \notin \mathcal{E} \iff e \in C(E \setminus E)$.

Dans les cas 1 et 5, nous avens des éléments sûrs et nous leur attribuons respectivement les notes 1 et 0. Dans le cas 3 des éléments douteux, leur note sera $\frac{1}{2}$.

On a les relations évidentes :

$$e \in \mathcal{E} \Rightarrow e \in \mathcal{E}$$
,
 $e \in \mathcal{E} \Rightarrow e \in \mathcal{E}$.

Plusieurs cas limites peuvent être considérés:

A)
$$E=E=E$$
, $\mathcal{E}=(E,E)$.

Nous dirons que l'ensemble flou se réduit à un ensemble bien défini ou encore qu'il y a dégénérescence et compte tenu de la bijection canonique

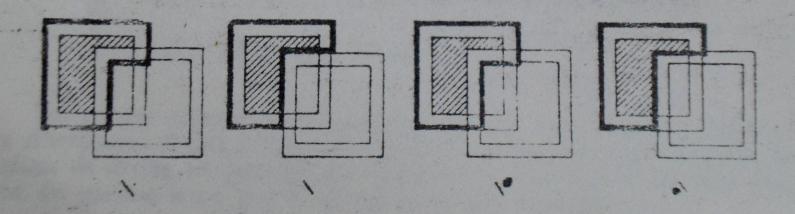
Ceci suggère aussitôt 2 autres définitions. A savoir : la différence la plus grande (où l'on accepte le maximum de risques) et la différence la plus petite (où l'on ne prend aucun risque).

$$A \setminus B = (A \setminus B, A \setminus B),$$

$$A \setminus B = (A \setminus B, A \setminus B),$$

$$A \setminus B = (A \setminus B, A \setminus B),$$

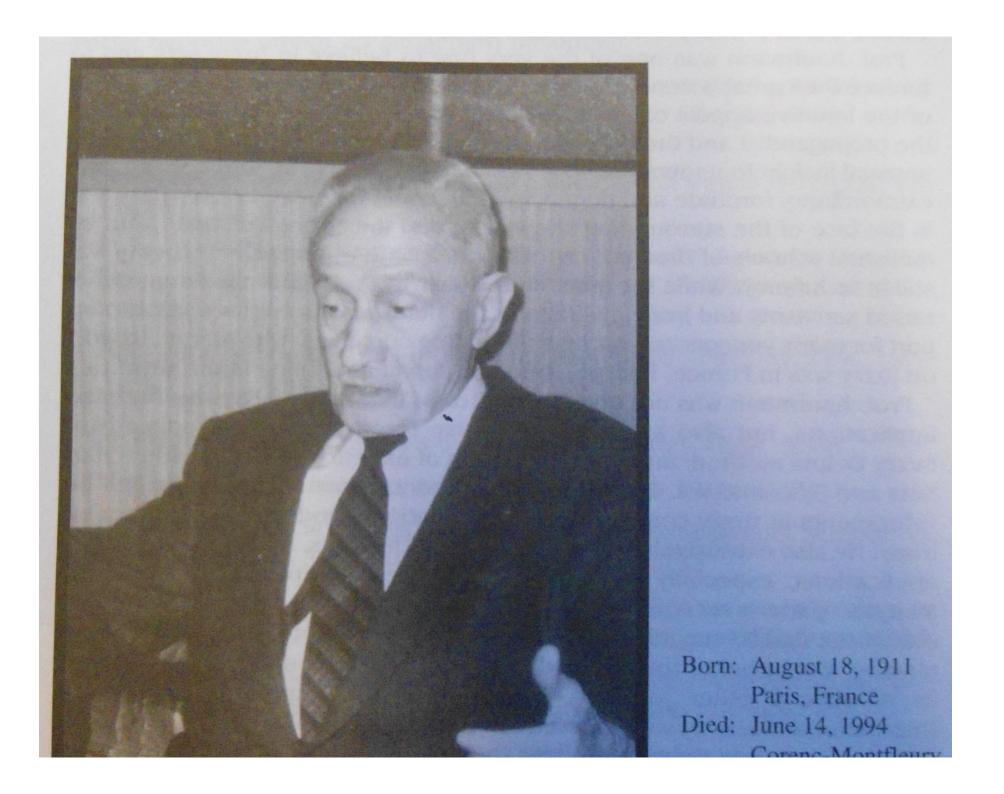
et qui sont également des ensembles flous réals.



Ceci nous incite à comparer entre eux les ensembles flous.

Arnold Kaufmann (1911-1994)

- introducteur des (sous)-ensembles flous en France
- apôtre des sciences pour l'ingénieur (math. appli., automatique et en recherche opérationnelle)
- première monographie au monde en 1973 sur la théorie des (sous)-ensembles flous
- Introduction to the Theory of Fuzzy Subsets.
 Vol. 1 Academic Press, 1975.



5 volumes chez Masson

- A. Kaufmann. Introduction à la Théorie des Sous-Ensembles Flous à l'usage des ingénieurs.
- Vol. 1 Eléments Théoriques de Base. Masson, 1973.
- Vol. 2. Applications à la Linguistique, à la Logique, et à la Sémantique. Masson, 1975.
- Vol. 3. Applications à la Classification et à la Reconnaissance des Formes, aux Automates et aux Systèmes, et au Choix des Critères. Masson, 1975.
- Vol. 4. Compléments et Nouvelles Applications. Masson, 1977.
- A. Kaufmann, T. Dubois, M. Cools. Exercices avec Solutions sur la Théorie des Sous-Ensembles Flous. Masson, 1975.

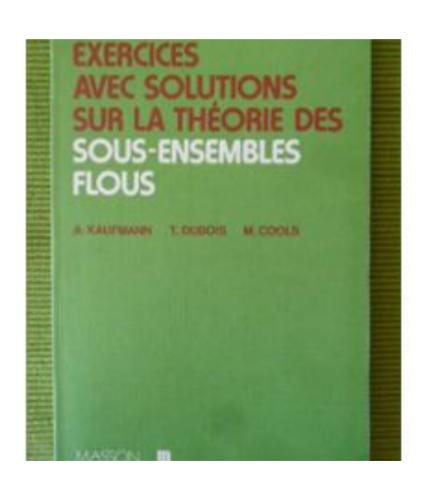
Introduction
à la théorie des
sous-ensembles
flous ALUSAGE DES INGENIEURS
FUZZY SETS THEORY

Eléments théoriques de base

A. KAUFMANN

Préface de LA Zadeh

Arnold Kaufmann, Thierry Dubois & Michel Cools – Masson, 1975



En 1980



Premiers émules d'Arnold Kaufmann

Elie Sanchez (1944-2014)

Claude Ponsard (1927-1990)

Robert Féron (né en 1921)

En 1977 (IEEE CDC New Orleans)



E. Sanchez. Equations de relations floues.Thèse de Biologie Humaine,Faculté de Médecine de Marseille, 1974.



Claude Ponsard (1927-1990)

• C. Ponsard. Contribution à une théorie des espaces économiques imprécis.

Publications Econométriques, vol. VIII, Fasc. 2, 1-43, 1975

 C. Ponsard. L'imprécision et son traitement en analyse économique.

Rev. Econ. Polit., no1, 17-37, 1975

Robert Féron (né en 1921)





San Diego, 1978

1976

- Ensembles aléatoires flous. CRAS, 282, 1976, 903-906
- Economie déchange aléatoire floue. CRAS, 282, 1976, 1379-1382
- R. Féron. Ensembles flous, ensembles aléatoires flous, et économie aléatoire floue. Publications Econométriques, vol. IX, Fasc. 1, 25-64, 1976
- R. Féron. Ensembles flous attachés à un ensemble aléatoire flou. Publications Econométriques, vol. IX, Fasc. 2, 51-65, 1976

Jean-Pierre Aubin
Cœur et valeur des jeux flous
à / sans paiements latéraux.
CRAS, 279, 1974, 891-894 / 963-966.

Robert Fortet, Mlle Mehri Kambouzia Ensembles aléatoires et ensembles flous. Publications Econométriques, 9 (1), 1976.

1975-1976 années charnières

Bernadette Bouchon

Du flou dans les questionnaires.

In: Information, Questionnaires, et Reconnaissance, (C.- F. Picard, ed.) (Actes Journées de la Société Mathématique de France, Bonas, 20-23 Sept., rencontre organisée par M. Terrenoire), Structures de l'Information publications, Paris, n°2, 111-122, 1976.

Jacques Brémont

Contribution à la reconnaissance automatique de la parole par les sous-ensembles flous. Thèse Université de Nancy, 1975

J. Brémont, M. Lamotte. Contribution à la reconnaissance automatique de la parole en temps réél par la considération des sous-ensembles flous. CRAS Paris, 15 Juil. 1974.

Didier Willaeys et Noël Malvache (1943-2007)

Utilisation d'un référentiel de sous-ensembles flous. Application àun algorithme flou. Int. Conf. Syst. Sci., Wroclaw, Poland, 1976

Daniel Ponasse

Sur la notion de distance dans une structure floue régulière. Ann. de la Fac. des Sciences de Yaoundé, n° 19, 3-9, 1975.

Ann. de la Fac. des Sciences de Yaoundé, 1975, nº 19 (pp. 3 à 9)

Sur la notion de distance dans une structure floue régulière

pai D. Ponasse

RESUMF.

Dans une structure floue discrète, on définit la distance de Hamming (ou distance linéaire). Dans certains treillis modulaires, on définit la distance de Jordan (ou distance modulaire). Nous nous proposons ici de montrer que ces deux notions se confondent dans le cas d'une structure floue finie régulière.

SUMMARY

In a discrete fuzzy universe, the Hamming distance (or linear distance) is defined. In certain modular lattices, the Jordan distance (or modular distance) is defined. We claim to show that these

S. Ribeyre

Etude des automorphismes de l'algèbre de De Morgan des parties floues d'un ensemble.

Ann. de la Fac. des Sciences de Yaoundé, n° 19, 11-28, 1975.

Daniel Ponasse

Séminaire de "Mathématique Floue"

AUSSI

J. Massonie.

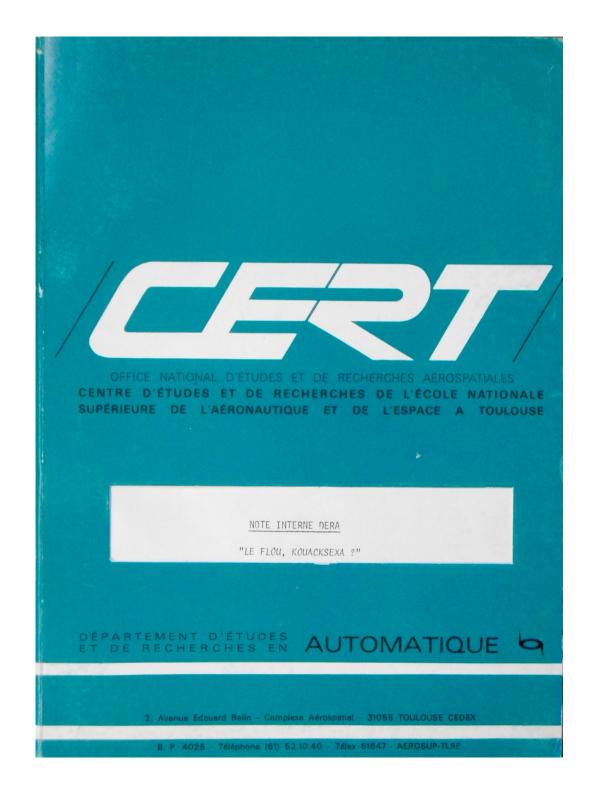
L'utilisation des sous-ensembles flous en géographie. Cahiers de Géographie de l'Université de Besançon, 1975.

Lucas Pun

Use of fuzzy formalism in problems with various degree of subjectivity. In: Fuzzy Automata and Decision Processes, (M. M. Gupta, G. N. Saridis, B. R. Gaines, eds.), North-Holland, Amsterdam, 357-378, 1977

https://books.google.fr/books/ about/ Le_Flou_Kouacksexa.html? id=c72ltgAACAAJ&redir_esc=y

Didier Dubois, Henri Prade Centre d'études et de recherches de l'E.N.S.A.E, 1976 - 170 pages



O.N.E.R.A.

CENTRE D'ETUDES ET DE RECHERCHES DE TOULOUSE 2 Avenue Edouard Belin.31055 TLSE CEDEX BP 4025 - Téléphone (61) 53.11.88.

DEPARTEMENT D'ETUDES ET DE RECHERCHES EN AUTOMATIQUE

D. DUBOIS

H. PRADE

NOTE INTERNE DERA

"LE FLOU, KOUACKSEXA ?"

Avent-propos

Exemple introductif.

A) Fondements théoriques

I de logique flour

I Sous ensembles flows

III Colcul flou au seus de tadéh et probabilités

IV Relations flower

B) Quelques applications

I Systèmes Clous

I Algorithmes flows

III Chotx multicrite're - decision.

C) Exemples

I Flou dous une procédure heuristique. Il Une idée d'algorithme flou pour le synthère de réseau III Procédure de résolution en temps réal d'un problème de job-shop-appart des concepts flores.

IV Interprétation de dis joncvious floues dur un exemple

V Econt significatif our un critère

DJ Bibliographie - présentation des références O_ Index

I Logique floue (Ref 2 à 7)

I Sous ensembles flous (Ref 8 à 11)

III Calculflouet Probabilités (Ref 12 et 13)

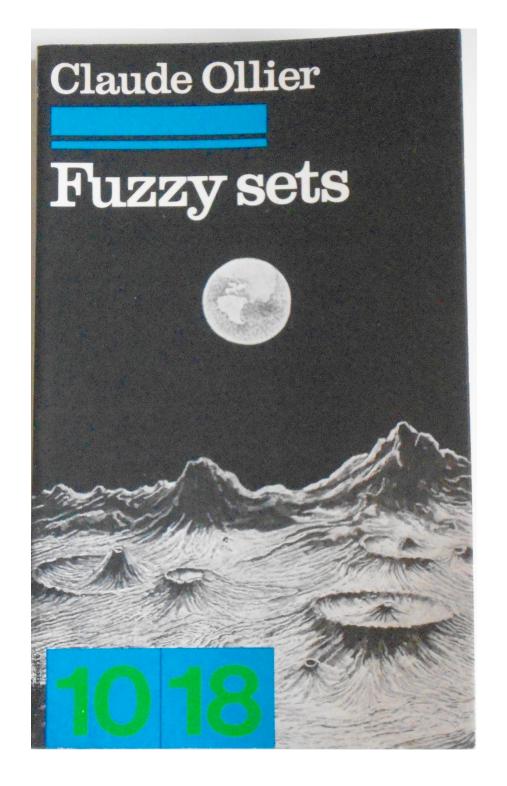
IV Relations flower (Ref 14)

I Systèmes flous (Ref 15)

I Algorithmes flows (Ref 16 à 18)

III Approche multicritère (Ref 19 et 20)

Conclusion



Claude Ollier (1922-2014)

Fuzzy sets 1975:

8 ème et dernier volume du cycle 'Le jeu d'enfant'



Rééd. P.O.L. 1997

Voici le dernier épisode des aventures de «O». Dans le livre précédent, Our ou vingt ans après, les précieuses tablettes lui avaient été dérobées par Tiamât la traîtresse. Lancé à sa poursuite, il s'est embarqué clandestinement sur la navette qui doit le mener à bord d'un vaisseau spatial en orbite autour de la terre, le très moderne Octopus. Il pourra ainsi, croit-il, prendre de vitesse son adversaire et faire triompher le «Projet». Cependant, c'est un accueil déconcertant qui lui est réservé par les techniciens de l'équipage, qui se nomment Nemo, Sindbad, Noé, Gagarine... L'«élu» ne serait-il plus qu'un étranger? Ses droits de cité, sa place dans l'ensemble auprès des hommes nouveaux seraient-ils contestés? Fuzzy sets, dont le titre se réfère à ces incertitudes, est le dernier livre - sans doute aussi le plus inattendu, le plus étonnant - de la suite fictionnelle inaugurée par La mise en scène. De l'« exposition » coloniale au périple céleste, la fable prend forme progressivement, et sens: par force, O. est rejeté - survivant? légende? dans sa ville natale en Ile-de-France, méconnaissable elle aussi. Si ses aventures précédentes lui avaient laissé loisir d'éviter, par

contournement, le lieu d'origine; cette fois-ci, pour avoir connu aux premières pages du récit les rites de naissance et d'inclusion, il lui faudra subir à son terme ceux, plus âpres, de l'effacement. Ainsi finit Le jeu d'enfant, en ce retour où les fictions trouvent leur titre

Couverture de Pierre Bernard Document DR Volume triple

générique.



Collection dirigée par Christian Bourgois

La première page

« Suis-je dans le livre? », toujours, par la
« Suis-je dans le livie : », toujours, par la
voix douce, à eux tous, dit-il, les sons requis touchent
la vitre ou pellicule, diaphane, sans éclat, en un point
transparent s'insinuent et se lisent, point d'écho sur la
matière institute de se fischt, point d'echo sur la
matière invisible, on écoute au-delà, observe, les mots
seraient dictés, là n'est pas la question et ce n'en est
pas une, la voix porte sur la paroi courbe, insonorisée
bien cur as and the the training to the training to
bien sûr, ce que l'œil d'ici ne peut voir : le sens de
l'inflexion sur la pellicule ou membrane, et ceux qui
sont « dedans » et ceux qui sont « dehors », la parole
donnée en bout de source est l'objet d'une
donnée en bout de course est l'objet d'une superposi-
tion là-bas, les sillons sur la carte phonétique coïncident
ou non, que la voix soit mimée ou non, flûtée travestie
par lassitude ou

lé, béant,

tous ces disposi-

tifs en leur jeu verrouillés, se détendant comme diables au contact des mains, de l'œil, des rouages mobilisés par legs de culture. Que de pages sautées dans les pans du survol! Imprimer sa marque sur cette terre et la gommer du même geste - bien avant les voyages? Somnolence torpide entre les quatre murs, tronquée, « où suis-je » bêlant et blême! « C'était arrivé », n'est-ce pas? Un cercle, puis deux, et quoi encore...? Sept terres en songe visitées; la huitième... Frayage branlant! Pression de l'altitude ou contrainte du hors-texte : inapte à boucler la boucle, se retournant sous le drap moite et fixant la lueur, inerte, observé quatre à quatre en losanges et carrés de guet? Octogo-

nale lassitu-

de de

« Etes-vous dans le livre? »

le chassé-croisé de l'œil. L'originalité de notre périple est qu'il figure lui-même la limite. L'orbite de l'« Octopus » est la limite même. Aussi n' étais-tu pas en marge quand tu observais l'astre au déb ut, mais te déplaçais-tu sur la limite, textes lunaires à gauche, solaires à droite, ou l'inverse selon l' œil, et l'inverse bientôt, dans le temps unique, dès qu'a oscillé très vite ta pupille enflée par les deux attractions. C'est à la fin que tu t'es mis en marge, te re cul ant un peu da ns l'ombre. Mais ce n' est pas là la m arge du texte, c e n'est pas la m arge de la glose, c e n'est la marge ni du Soleil n i de la Lune : c' est la marge mêm e de la limit e, au poi nt d'étrécissem ent extrême et d'instantané vaet-vient, où le scintille ment accéléré se change à term e en flamboiement d'étoile et inanité de décompte et dissolution d'identité — tant de l'observateur que de l'objet observé. La dérive de la limite tend vers ce point central - originel,

```
dev
                      ant
                                            lig
                     rits la
                                        de la
    réc
                    oisième
     ne tr
                                       les p
                    n. Tous
      fictio
                                    orment
                    se transf
      rocessus
                                 Tous les
                   contraire.
        en leur
         processus ont un commencement
          et une fin. Pourquoi le héros
           peut-il engendrer le héros
            et non une pierre, ou un
              poussin? Pris de court,
     toujours, dans ces livres que j'ai lus, le
   héros d'Histoire, à son insu gagné de vitesse
par l'imaginaire qui le traque et le double et le coiffe,
     embobiné au fil narratif, n'agissant assez
          vite pour le couper une bonne
              pour toutes, qu'on en
             finisse avec les fables.
            Ce discours peut t'aider à d
           égeler la situation, très sim-
          ple au f ond : tu n e dois qu'
                                 des fran-
                     op rapi
         à de tr
                     ments d
                                     e seui
        chisse-
                                       re pi
           ď
                      y perd
       ls
                                          diqu
      ed
                        pério-
                                            ycl
     em
                        ent, c
                                               nt
                        ueme
                        une a
                        nture
                          A
                         UTRE
```

rapide panorama du début de la recherche en France sur les ensembles flous et leurs applications

concerne d'emblée des registres très différents

œuvre de **chercheurs** encore **relativement isolés**, qui auront rapidement à faire face à la **défiance**, aux **critiques**, voire aux **dénigrements** de leurs entourages académiques

malgré le vent de non-conformisme de l'époque

Essentiellement opérations ensemblistes et relations floues

nombre de notions importantes encore à venir même si principe d'extension, mesures floues et intégrales existent déjà, ou vont apparaître comme la théorie des possibilités